La flexion compuesta identificada con la flexion simple

POR

GUSTAVO LIRA

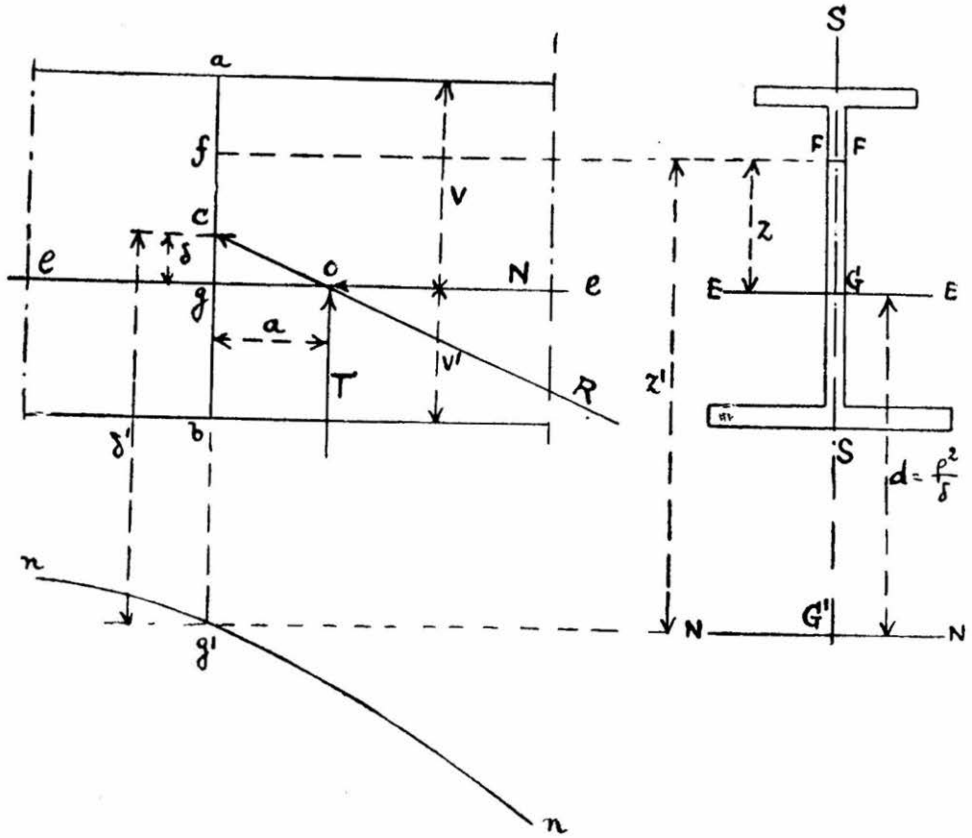
Se mira jeneralmente la flexion compuesta como una combinacion de flexion simple con traccion o compresion.

Vamos a ver que se la puede considerar tambien como flexion simple, i como tal, aplicarle la fórmula sencilla de Navier:

$$t = \frac{Mz}{I}$$

Sea, en efecto, *a b* una seccion transversal de una pieza sometida a flexion plana compuesta. Se sabe que las condiciones para que esto se realice consisten en que la solicitacion esté contenida en un plano *SS* de simetría de la pieza (o mas jeneralmente en un plano *SS* que contenga un eje principal de inercia de la seccion) y en que la resultante *R* de las fuerzas no sea normal (β distinto de cero) al eje lonjitudinal *e e* de la pieza.

Se sabe tambien que la simetria de solicitacion y de forma de la pieza conduce a una deformacion que consiste en la rotacion de la seccion transversal en torno de un eje normal al plano de flexion. Llamaremos *eje neutro de la seccion* este eje de rotacion: será el eje *EE* que pasa por el centro de gravedad *G* de la seccion en el caso de flexion simple, y será un eje *N N* que no pasa por *G*, en el caso de flexion compuesta. A lo largo de la pieza flexionada los ejes neutros de las infinitas secciones constituirán una superficie cilíndrica de jeneratrices normales al plano de flexion. Llamaremos *eje neutro de la pieza* la interseccion de esta superficie con el plano de flexion *S S*. En el caso de flexion simple, dicha superficie cilíndrica se transforma en un plano y el eje neutro de la pieza se confunde con su eje lonjitudinal *e e*. Para el caso de flexion compuesta, será g' el punto del eje neutro *n n* de la pieza, correspondiente a la seccion *a b*.



Descomponiendo la resultante *R* en el punto *o* en que corta al eje *e e*, en sus componentes *N* normal a la seccion *a b* i *T* paralela a ella, se ve que *N* es una fuerza céntrica y axial, y *T* una fuerza normal al eje lonjitudinal. La primera producirá traccion o compresion simple, y la segunda, flexion simple, siendo el momento de flexion

$$M = \mathcal{M}_g R = T a$$

Este momento se puede avaluar tambien haciendo la descomposici *R* en el punto *c* en que corta a la seccion *a b*, punto que se denomina centro ;cion de la resultante: centro de traccion o de compresion, segun sea la solicitacion producida por *N*. Llamando δ la distancia de este centro de accion al centro de gravedad de la seccion (excentricidad de la resultante) se tendrá

$$M = N \delta$$

En una fibra cualesquiera *FF* situada a la distancia *z* del eje *EE*, la fatiga *t* será la suma de dos fatigas: la producida por la fuerza *N* y que valdrá

$$t_1 = \frac{N}{\omega}$$

siendo ω el área de la seccion transversal, y la producida por el momento *M* y que valdrá

$$t_2 = \frac{Mz}{I}$$

siendo *I* el momento de inercia de la seccion respecto del eje *EE*.

Por consiguiente,

$$t = t_1 + t_2 = \frac{N}{\omega} + \frac{Mz}{I}$$

Reemplazando *I* i *M* por sus valores

$$I = \omega\, \rho^2$$

$$M = N\, \delta$$

se llega a la fórmula fundamental de la flexion compuesta:

$$(1) \ldots\ldots \quad t = \frac{N}{\omega}\left(1 + \frac{\delta z}{\rho^2}\right)$$

Sea ahora *NN* un eje paralelo al eje *EE* i distante de él de una cantidad

$$d = \frac{\rho^2}{\delta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ldots\ldots\ldots (2)$$

Amplificando la fórmula (1) por $\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)$ se tiene:

$$t = \frac{N\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)}{\omega\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)}\left(1 + \frac{\delta z}{\rho^2}\right)$$

$$= N\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)\frac{\rho^2 + \delta z}{\omega\, \rho^2\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)}$$

$$= \frac{N\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)\left(z + \frac{\rho^2}{\delta}\right)}{\omega\,\rho^2 + \omega\,\frac{\rho^4}{\delta^2}}$$

$$= \frac{N\left(\delta + \frac{\rho^2}{\delta}\right)\left(z + \frac{\rho^2}{\delta}\right)}{I + \omega\left(\frac{\rho^2}{\delta}\right)^2}$$

$$= \frac{N(\delta + d)(z + d)}{I + \omega d^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

En esta fórmula se ve que $(\delta + d)$ es la distancia δ' del centro de accion c al eje NN; que $(z + d)$ es la distancia z' de la fibra FF al eje NN i que $(I + \omega d^2)$ es el momento de inercia I' de la seccion respecto del mismo eje NN. Tendremos entónces

$$t = \frac{N\delta' z'}{I'}$$

Pero $N\delta'$ no es otra cosa que el momento M' de la resultante R en torno del eje NN, o lo que da lo mismo, respecto del punto g':

$$M' = \mathcal{M}_{g'} R = N\delta'$$

Por lo tanto

$$t = \frac{M' z'}{I'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

fórmula como se ve idéntica á la fórmula de flexion simple. Haciendo en ella $z' = o$ se tiene $t = o$, lo que indica que el eje NN elejido a la distancia $\frac{\rho^2}{\delta}$ del eje EE es el eje neutro de la seccion. Por consiguiente la fórmula fundamental de Navier $t = \frac{Mz}{I}$, es aplicable tanto a la flexion simple como a la flexion compuesta, con tal de recordar que M, z e I se refieren al eje neutro de la seccion, eje que pasa por su centro de gravedad sólo en el caso de flexion simple.

La fórmula (2) define en cada seccion la posicion del eje neutro, i su consideracion permite discutir los diversos casos de flexion compuesta, discusion que jeneralmente se hace sobre la fórmula (1).

Supongamos $\delta = o$. Tendremos $d = \infty$. Es el caso de traccion o compresion simple, en que, trasladándose el eje neutro al infinito, la rotacion en torno de él se convierte en una traslacion paralela de la seccion $a\ b$. Todas las fatigas tienen un valor constante (lei del rectángulo). El valor de esta fatiga se puede obtener de la fórmula (3) escrita en la forma

$$t = \frac{N\left(1 + \frac{\delta}{d}\right)\left(1 + \frac{z}{d}\right)}{\omega + \frac{I}{d^2}}$$

Haciendo aquí $d = \infty$ resulta

$$t = \frac{N}{\omega}$$

que es la fórmula de traccion o compresion simple.

Creciendo el valor de δ, disminuye el valor de d; el eje neutro se acerca entónces al eje lonjitudinal a medida que el centro de accion se aleja de él.

Variando δ entre cero i el valor $\frac{\rho^2}{V'}$,

$$o < \delta < \frac{\rho^2}{V'}$$

se tendrá $d > V'$, o sea que el eje neutro queda fuera de la seccion. Se comprende que en este caso la seccion trabaja segun la lei del trapecio.

Para el valor límite

$$\delta = \frac{\rho^2}{V'}$$

o sea cuando el centro de accion c cae al límite de la zona central, resulta $d = V'$.

El eje neutro en este caso se ve que coincide con la fibra estrema de la seccion: se tendrá entónces la lei del triángulo de un signo.

Para $$\delta > \frac{\rho^2}{V'}$$

resulta $d < V'$. El eje neutro queda dentro de la seccion, lo que quiere decir que habrá fatigas de dos signos (lei del triángulo de dos signos).

Entre estos últimos casos queda incluido $\delta = \infty$, para el cual resulta $d = 0$, lo que indica que el eje neutro coincide con el eje lonjitudinal. Es el caso de flexion simple. En efecto $\delta = \infty$ equivale a $\beta = 0$, o sea R normal al eje lonjitudinal.

Igual discusion se puede hacer cuando el centro c se mueve entre 0 i $-\infty$. El eje neutro a su vez se mueve en el lado opuesto, i coincide con la fibra estrema V cuando $\delta = \frac{\rho^2}{V}$, que es el otro límite de la zona central.