Rampas de túneles equivalentes a las exteriores

POR

SAMUEL FLORES RUIZ

Rozamiento o frotamiento es la fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo apoyado sobre otro. Hay dos clases de rozamientos: uno llamado de fricción, que es cuando el movimiento se produce por resbalamiento sobre el cual descansa; y otro de rodadura, cuando el movimiento tene lugar por rotación. Este último es siempre menor que el primero por cuanto la rotación facilita mejor el desprendimiento de las entrantes y salientes de las dos superficies en contacto que ocasionan el rozamiento.

Coeficiente de rozamiento se llama a la fracción: $\frac{\text{rozamiento}}{\text{peso del cuerpo}}$, que representa el rozamiento por unidad de peso.

Si llamamos f este coeficiente, F el rozamiento y P el peso del cuerpo, tendremos por definición:

$$f = \frac{F}{P} \text{ y } F = f. \ P.$$

La adherencia de las locomotoras no es otra cosa que el rozamiento de la rueda motriz sobre el riel en el punto de contacto, en el cual concurren tres fuerzas: el *peso* que trasmite la rueda; *la fuerza de tracción*, que obrando tangencialmente en ese punto trata de hacer girar la rueda motriz; y el *rozamiento* o adherencia, que viene a ser la reacción tangencial de la fuerza anterior en el mismo punto.

Cuando la adherencia es superior al esfuerzo de tracción, siendo este capaz de vencer las resistencias, la rueda motriz gira, pero no en el punto de tangencia, sino avanzando sobre el riel, apoyándose la fuerza de tracción en su reacción que es la adherencia.

Por el contrario, si la adherencia es inferior al esfuerzo de tracción, entonces esta fuerza no teniendo una reacción en que apoyarse solo hace girar o *patinar* la rueda motriz en el punto de tangencia sin, provocar el avance de la máquina.

Correspondiendo, como hemos dicho, la adherencia a la fuerza de frotamiento, el coeficiente de adherencia de las locomotoras es el mismo coeficiente *f* de rozamiento de que hemos hablado mas arriba, es decir $f = \frac{F}{P}$ en que la adherencia o frotamiento es la fuerza *F* que se opone al movimiento y *P* el peso adherente de la locomotora o sea el peso que descansa sobre las ruedas motrices.

Ahora bien, veamos como varía *f* en la fórmula $f = \frac{F}{P}$: para una locomotora determinada *P* permanece constante y según las circunstancias solo puede variar *F*, fuerza que representa la adherencia o frotamiento, y que depende del estado atmosférico y del estado de limpieza del riel.

El valor medio de *f* se estima en la práctica en 1|6 del peso adherente; pero según algunas experiencias conocidas puede variar en más o en menos hasta en un 20% de 1|6; en consecuencia, e valor corriente de *f* está comprendido entre los dos valores dados por la expresión $f = \frac{1}{6} \frac{+}{-} \frac{1 \times 20}{6 \times 100} = \frac{1}{5}$ y $\frac{1}{8,5}$

Esto es en cuanto a la adherencia en una vía descubierta. Dentro de un túnel, a causa de un ambiente constantemente número y la poca limpieza del riel, cubierto de aceite, polvo de carbón y de arcilla fina etc. etc., el coeficiente de adherencia puede descender hasta 1|9 y 1|10 y aun más abajo en casos excepcionales.

Según esto, una locomotora, cuyo peso adherente sea capaz de arrastrar un tren determinado con el máximo de su potencia sobre una rampa dada a cielo descubierto, se vería *detenida* al interior de un túnel de igual rampa, por las circunstancias expues-puestas.

Para salvar este inconveniente, se presentan dos soluciones: aumentar el peso adherente de la locomotora, o quebrar el perfil de la vía a la entrada del túnel, dándole una rampa inferior, pero equivalente a la rampa externa en cuanto al esfuerzo de tracción.

La segunda solución, es el problema que resuelve el gráfico que tengo el honor de presentar. El dá, para los efectos de la tracción, las rampas interiores de un túnel equivalentes a las tampas exteriores que le preceden, teniendo en consideración las distintas condiciones de adherencia externa e interna que con mas frecuencia pueden presentarse en la práctica.

Forma del gráfico.—El lugar geométrico de las rampas equivalentes de que se trata, está representado, como puede verse en el dibujo, por una línea recta dada por la ecuación $y = ax - b$ en la cual haciendo $x = 0$ resulta $y = -b$.

Ecuación de resistencia.—La base del cálculo para la resolución del problema es la ecuación general de resistencia de la locomotora, que se forma igualando el esfuerzo de tracción a las resistencias, en el supuesto de un movimiento uniforme:

$$1\,000 \,.\, m.\, n.\, f.\, P' = P\,(r+i) + P'\,(r'+i)$$

El primer miembro representa el esfuerzo de tracción de la locomotora en kilos, limitado por la adherencia, y el segundo miembro la suma de las resistencias del tren y de la máquina en nivel y en una rampa de i milímetros por metro.

El significado de los distintos símbolos de la ecuación es el siguiente:

- P' = peso total de la locomotora en toneladas.
- P = peso del tren en toneladas incluso el tender.
- m = la fracción del peso de la locomotora que da el peso adherente.
  Esta fracción m es menor que la unidad, salvo en los casos en que todos los ejes sean motores o acoplados; entonces $m = 1$ y el peso adherente es igual al peso de la locomotora, como en el caso de que tratamos.
- n = fracción de la adherencia que da el esfuerzo de tracción, también menor que la unidad; pero teniendo en cuenta que el esfuerzo de tracción aumenta a medida que la velocidad disminuye, en el arranque de los trenes la fracción n puede valer la unidad, es decir que el esfuerzo de tracción iguala a la adherencia, y aun suele sobrepasarla en algunos casos, que es cuando se produce el patinaje de las ruedas. Por consiguiente, con velocidades pequeñas como en el caso que nos ocupa (1), puede

---

(1) Hemos dado a la velocidad V el valor pequeño de 15 kilómetros por hora porque como sabemos, a locomotora desarrolla el máximo de su potencia, con una velocidad mínima determinada que corresponde más o menos a aquella cifra.

Lo anterior se manifiesta por las consideraciones y ecuaciones siguientes:

La potencia N en caballos de una locomotora es igual al esfuerzo de tracción T en kilos, multiplicado por la velocidad v en metros por segundo, y dividido por 75, o sea:

$$N = \frac{T.v}{75}$$

Ahora bien, si suponemos a N constante y hacemos variar a T y v, es evidente, que a mayores valores de T corresponden menores valores de v; y como el mayor valor que podemos dar a T es la adherencia A, tenemos que a ese valor máximo de T debe corresponder un valor mínimo determinado de v, en otros términos y despejando a v diremos: para $T_{max} = A$; tenemos $v_{min} = \frac{75.N}{A}$

En la práctica, para resolver la cuestión, se ha relacionado el esfuerzo de tracción con la superficie de caldeo de la locomotora y se ha constadado que él es directamente proporcional a aquella superficie.

Varios ingenieros, con los datos recogidos de numerosas experiencias, han creado fórmulas empíricas que relacionan el esfuerzo de tracción por unidad de superficie de caldeo, o sea $\frac{T}{S}$ con la velocidad.

Una de las soluciones mas recomendables es la de Frank, aplicada a una locomotora prusiana de mercaderías con tres ejes acoplados, que consta de dos ecuaciones, según se considere la velocidad en metros por segundo o en kilómetros por hora y ellas son:

(1) $$\frac{T}{S} = (0,6 + \sqrt{v}\ \frac{75}{v}$$ ......v, expresada en metros por segundos

(2) $$\frac{T}{S} = \frac{162}{V} = + \frac{142}{\sqrt{v}}$$ ......V, expresada en kilómetros por hora.

considerarse $n = 1$ es decir, el esfuerzo de tracción igual a la adherencia.

f = coeficiente, o sea la razón $\frac{F}{P}$ de la fuerza de adherencia dividida por el peso.

r = resistencia en kilos por tonelada de tren incluso el tender.

r' = resistencia en kilos por tonelada del peso total de la máquina.

i = rampa en milímetros: pero es de advertir aquí, que en la ecuación este símbolo no representa milímetros de rampa sino kilos de resistencia por tonelada, por cuanto la resistencia de las rampas equivale a un kilo por tonelada y por milímetro de rampa.

Hemos dicho que el primer miembro de la ecuación $1\,000$ m. n. f. $P = P\ (r + i) + P'\ (r' + i)$ representa el esfuerzo de tracción de la locomotora en relación con la adherencia, y al efecto, se forma de la manera siguiente: *P'* es el peso total de la locomotora en toneladas; *m*P' es el peso adherente de la máquina en toneladas; *1 000* m. P' es el mismo peso en kilos; 1000 m. f. P' es la adherencia, y 1 000 m. n. *f*. P' es el esfuerzo de tracción, que equivale a la adherencia misma cuando $n = 1$.

Simplificación de la ecuación general

$$1\,000\,m.\,n.\,f.\,P' = P\ (r + i) + P'\ (r' + i)$$

El segundo miembro, compuesto de dos términos, que representan por separado las resistencias de la locomotora y del tren en nivel y en rampa, puede reducirse a uno solo tomando la resistencia media *r* del peso total de ambos, que llamaremos ***Q;*** y si hacemos, por otra parte, *m* y *n* iguales a la unidad por las razones expuestas anteriormente tendremos la ecuación bajo la forma:

$$1\,000\ f.\ P' = Q\ (r + i)$$

en que *P'* es el peso total y adherente de la locomotora; Q el peso total de la locomotora y tren; *i* la rampa en milímetros; *r* resistencia en kilos por tonelada de locomotora y tren, y *f* el coeficiente de adherencia.

Ahora bien, si llamamos *i'* y *f'* la rampa y coeficiente de adherencia respectivamente al exterior del túnel; *i''* y *f''* las mismas, correspondientes al interior, y aplicamos la ecuación general en estos dos casos tendremos las ecuaciones siguientes

$$1\,000\ f'.\ P' = Q\ (r + i') \text{ al exterior}$$
$$1\,000\ f''.\ P' = Q\ (r + i'') \text{ al interior}$$

y dividiendo miembro a miembro la 2.ª por la 1.ª resulta:

$$\frac{f''}{f'} = \frac{r + i''}{r + i'}$$

y finalmente:

$$i'' = \frac{f''}{f'}(r + i') - r$$

Este valor de i'' nos dice que la rampa máxima del interior de un túnel equivalente a la máxima externa, no depende del peso del tren ni de la locomotora, y solo es función de la rampa exterior y de los coeficientes de adherencias en las dos circunstancias.

Esta última ecuación es la que nos ha servido para el cálculo del gráfico.

Hemos considerado, como puede verse en el dibujo, *ocho* condiciones de adherencia al exterior y al interior del túnel.

Como el lugar geométrico de las rampas máximas equivalentes es una línea recta cuyas ordenadas representan dichas rampas, para tener el gráfico habría bastado calcular solo dos de ellas; pero para facilitar su consulta estimé conveniente calcular de diez en diez milímetros todas las que aparecen en el dibujo.

El valor del coeficiente r que representa la resistencia en kilos por tonelada de tren y locomotora, lo he tomado de la fórmula del Estado belga: $r = 1{,}83 + 0{,}0843V = 3$, dando a V un valor de 15 kilómetros por hora.

Acompaño un cuadro, Anexo N.° 1, que contiene el valor de las rampas equivalentes calculadas de 10 en 10 m|m., correspondientes a las rampas externas entre 10 y 70 m|m., que también figuran en el plano del gráfico en las columnas horizontales.

Finalmente, para establecer comparación, el infrascrito calculó un segundo gráfico aplicando la ecuación general de resistencias en su forma primitiva, es decir, no simplificada; en la cual hay que tener en cuenta el peso P' de la locomotora; el peso P del tren incluso el tender; los coeficientes respectivos de resistencia, como también los de adherencia f y f' al exterior y al interior del túnel.

Para el cálculo, se impusieron los siguientes datos:

Una locomotora con todos sus 4 ejes acoplados y un tren de 200 toneladas de peso incluso el tender; para los coeficientes de resistencia de la máquina y del tren se adoptaron los valores consultados en el "Aide Memoire" La Hütte:

Resistencia de la locomotora, $r' = 2{,}7\sqrt{x} + 0{,}0015V^2 = 5{,}7$ haciendo a x que representa el número de ejes acoplados, igual 4:

Resistencia del tren, $r = 2{,}6 + 0{,}0003V^2 = 2{,}67$

A V le dimos el mismo valor de 15 kilómetros por hora consultado en el cálculo del primer gráfico.

El procedimiento seguido fué el que se indica a continuación: para cada rampa exterior considerada se calculaba el peso adherente de la locomotora capaz de salvarla con el tren propuesto despejando a P' de la ecuación general, y dando a f su valor correspondiente a la adherencia externa; determinado este peso P' se introducía en la fórmula que da el valor de i sacado de la misma ecuación, y dando a f su valor correspondiente a la adherencia en el interior del túnel, se obtenía la rampa equivalente.

Ahora bien, comparando los valores de ambos cuadros, se ve que la diferencia es insignificante. Lo que tenía que suceder, desde el momento en que ha quedado domostrado que el valor equivalente de una rampa en el interior de un túnel a la rampa externa, es independiente de los pesos del tren y de la locomotora.

Los valores de estas últimas rampas equivalentes forman el cuadro del anexo N.° 2.

ANEXO N.° 1

$$i'' = \frac{f''}{f}(r + i') - r$$

	$f' = \frac{1}{7}$ $f'' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{6}$ $f'' = \frac{1}{8}$	$f' = \frac{1}{7}$ $f'' = \frac{1}{10}$	$f' = \frac{1}{6}$ $f'' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{5}$ $f'' = \frac{1}{8}$	$f' = \frac{1}{6}$ $f'' = \frac{1}{10}$	$f' = \frac{1}{5}$ $f'' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{5}$ $f'' = \frac{1}{10}$
i' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m	i'' m|m
70	53,94	51,75	48,10	45,91	42,26	40,80	37,15	33,50
60	46,14	44,25	41,10	39,21	36,06	34,80	31,65	28,50
50	38,34	36,75	34,10	32,51	29,86	28,80	26,15	23,50
40	30,54	29,25	27,10	25,81	23,66	22,80	20,65	18,50
30	22,74	21,75	20.10	19,11	17,46	16,80	15,15	13,50
20	14,94	14,25	13,10	12,41	11,26	10,80	9,65	8,50
10	7,14	6,75	6,10	5,71	5,06	4,80	4,15	3,50

i' = rampa exterior al túnel;
i'' = rampa interior equivalente;
f' = coeficiente de adherencia al exterior;
f'' = coeficiente de adherencia al interior;
r = resistencia en kilos por tonelada de locomotora y tren.

ANEXO N.° 2

$$1\,000 \text{ m. n. f. } P' = P\,(r + i) + P'\,(r' + i)$$

$$P' = \frac{P\,(r + i)}{1000f - (r' + i)}$$

$$i' = \frac{1000f.\,P' - (Pr + P'r')}{P + P'}$$

	$f = \frac{1}{7}$	$f = \frac{1}{6}$	$f = \frac{1}{7}$	$f = \frac{1}{6}$	$f = \frac{1}{5}$	$f = \frac{1}{6}$	$f = \frac{1}{5}$	$f = \frac{1}{5}$
	$f' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{8}$	$f' = \frac{1}{10}$	$f' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{8}$	$f' = \frac{1}{10}$	$f' = \frac{1}{9}$	$f' = \frac{1}{10}$
i	i'	i'	i'	i'	i'	i'	i'	i'
m m	m/m	m/m	m/m	m/m	m/m	m/m	m/m	m/m
70	53,5	51,4	47,7	45,3	42,3	40,3	37,2	33,1
60	45,7	44,0	40,7	38,7	36,1	34,4	31,7	28,2
50	38,0	36,5	33,8	32,1	29,9	28,5	26,2	23,2
40	30,3	29,1	26,9	25,5	23,7	22,6	20,7	18,3
30	22,5	21,6	19,9	18,8	17,5	16,6	15,2	13,3
20	14,8	14,2	13,0	12,3	11,3	10,7	9,7	8,4
10	7,1	8,7	6,1	5,6	5,1	4,8	4,2	3,5

Tratemos, por último, de verificar por medio de un ejemplo si el valor de 15 K. M. por hora que hemos asignado a la velocidad, corresponde, más o menos, al máximo de esfuerzo de tracción que una locomotora dada, puede aprovechar; para esto, tomemos una locomotora del tipo 2—8—2 calculada por la Dirección de Obras Públicas para el ferrocarril de Iquique a Pintados, y cuyas características principales son:

Peso adherente, $P' = 47300$ Kgs:
Superficie total de caldeo, $S = 137$ m2.

Como coeficiente de adherencia adoptaremos $f = \frac{1}{7}$, lo que da para la adherencia un valor $A = \frac{47300}{7} = 6757$ Kgs.

Apliquemos la ecuación (2) citada anteriormente:

$$\frac{T}{S}=\frac{162}{\sqrt{v}}+\frac{142}{\sqrt{v}}$$

El primer miembro, que representa el esfuerzo de tracción por metro cuadrado de superficie de caldeo, tendrá su valor máximo cuando T sea igual a la adherencia, o sea a 6757 kgs., entonces tendremos:

$$\frac{T}{S}=\frac{6757}{137}=49{,}3\ kgs.$$

Por otra parte, si en la misma ecuación (2) damos a V el valor de 15 kilómetros que le hemos asignado, tendremos:

$\frac{T}{S}=\frac{162}{15}+\frac{142}{\sqrt{15}}=47{,}2\ kgs.$ cifra muy aproximada a la anterior; lo que justifica el valor dado a la velocidad.

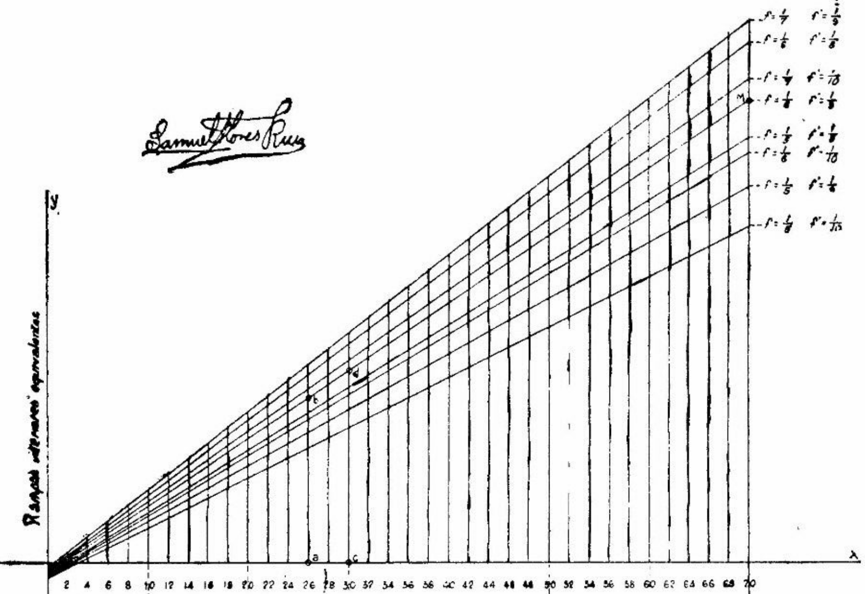
EMPLEO DEL GRAFICO

1er. problema.—Dados $f=\frac{1}{6}$ y $f=\frac{1}{9}$, hallar la rampa interior equivalente a la externa de 26 m|m.

La recta del gráfico correspondiente a esos dos coeficientes es la marcada *M*, y la rampa equivalente será la ordenada *a b*, tomada a la escala, en el punto del eje de las X que indica la rampa externa dada de 26 m|m.

2.º problema.—Dados los mismos coeficientes anteriores, determinar la rampa interior equivalente a la exterior de 30 m|m.

La rampa equivalente será la ordenada *c d* de la misma recta M tomada en el punto del eje de las X correspondientes a la rampa dada de 30 m|m.; pero esta rampa (*19.11*) aparece calculada en la cuarta columna horizontal de las rampas equivalentes, debajo de la de 30 m|m. como todas las que comprenden las decenas.



Samuel Flores Ruiz

Coeficientes de adh. Ext.	Int.	Rampas exteriores	10	20	30	40	50	60	70
$f = \frac{1}{7}$	$f' = \frac{1}{9}$	Rampas interiores equivalentes	7.14	14.94	22.74	30.54	38.34	46.14	53.94
$f = \frac{1}{6}$	$f' = \frac{1}{8}$	" " "	6.75	14.25	21.75	29.25	36.75	44.25	51.75
$f = \frac{1}{7}$	$f' = \frac{1}{10}$	" " "	6.10	13.10	20.10	27.10	34.10	41.10	48.10
$f = \frac{1}{8}$	$f' = \frac{1}{9}$	" " "	5.71	12.41	19.11	25.81	32.51	39.21	45.91
$f = \frac{1}{5}$	$f' = \frac{1}{8}$	" " "	5.06	11.26	17.46	23.66	29.86	[illegible]	42.26
$f = \frac{1}{6}$	$f' = \frac{1}{10}$	" " "	4.80	10.80	16.80	22.80	28.80	34.80	40.00
$f = \frac{1}{6}$	$f' = \frac{1}{9}$	" " "	4.15	9.65	16.15	20.65	26.15	31.65	37.15
$f = \frac{1}{6}$	$f' = \frac{1}{10}$	" " "	3.50	8.60	13.50	18.50	23.50	26.50	33.50